

Sommaire

Préface de Karine Chemla

Introduction

- ▶ Problème et outils nécessaires
- ▶ « Une mathématique inapplicable »
- ▶ La première algèbre et la première interprétation
- ▶ Une nouvelle interprétation
- ▶ Sur les textes et les traductions

Techniques pour le premier degré

Les techniques fondamentales pour le second degré

Problèmes complexes du second degré

Application des techniques quasi-algébriques à la géométrie

Caractéristiques générales

- ▶ Des dessins ?
- ▶ Algèbre ?

L'arrière-fond

- ▶ L'école des scribes
- ▶ Le premier but : exercice de calcul numérique
- ▶ Le second but : l'orgueil professionnel

Origine et héritage

- ▶ L'origine : les devinettes des arpenteurs
- ▶ L'héritage

Une morale

Appendices

- ▶ 10 problèmes pour le lecteur
- ▶ Textes translittérés
 - Clef : vocabulaire et traductions standards
 - 16 textes
- ▶ Notes bibliographiques

Encadrés

- ▶ Rudiments d'histoire générale
- ▶ L'écriture cunéiforme
- ▶ Le système sexagésimal

Avant-propos

Ce livre décrit un aspect important des mathématiques babyloniennes, à savoir, ce que l'on a coutume d'appeler « l'algèbre babylonienne ». Cette « algèbre » constitue le premier exemple de mathématique avancée qui nous est parvenue, et en conséquence elle est traitée dans la grande majorité des exposés généraux de l'histoire des mathématiques. Pourtant, ces exposés reposent presque systématiquement sur des traductions et des interprétations qui datent des années 1930. Au contraire, **ce livre s'appuie sur les recherches des dernières décennies.**

L'interprétation traditionnelle permettait de dresser la liste des résultats obtenus par les Babyloniens ; des calculs qu'ils pouvaient faire ; et, pour ainsi dire, des formules qu'ils connaissaient. Mais comme elle partait de la pensée mathématique contemporaine, elle ne permettait pas de reconstituer la pensée mathématique différente qui se cachait derrière les résultats babyloniens. Le but de ce livre est de mettre en valeur cette différence, et donc de montrer que les mathématiques peuvent être pensées de plusieurs manières.

La version originale du livre fut écrite pour les élèves du lycée danois en 1998. Cette version

revue et traduite s'adresse en premier lieu à ceux qui s'intéressent à l'histoire des mathématiques même s'ils n'ont pas de connaissances mathématiques au-delà de ce qu'ils ont appris au lycée. Les enseignants peuvent l'utiliser avec les élèves sur plusieurs niveaux.

Pour une première approche on peut se concentrer sur l'équation du premier degré TMS XVI no 11, puis sur les équations fondamentales du second degré, c'est-à-dire BM 13901 no 1et2, YBC 6967 et TMS IX nos 1 et 2. L'introduction, puis les chapitres 5 à 7 donnent une approche plus générale.

Pour un approfondissement on lira en outre les autres textes du chapitre 1 et du chapitre 2, et du chapitre 3 les textes TMS IX no 3, AO 8862 no 2, BM 13901 no 23 et YBC 6504 no 4.

Les passionnés peuvent étudier tous les textes des chapitres 1 à 4 et en sus tester leur compréhension sur les textes de l'« Appendice A ».

Ceux qui connaissent déjà les rudiments de la langue babylonienne trouveront dans l'« Appendice B » les translittérations de la plupart des textes traduites dans les chapitres 1 à 4 et 10.

Introduction (courts extraits)

Vers la fin des années 1970, l'Union danoise des enseignants de mathématiques (de l'école prélycéenne) a fait une demande délicate à ses membres : trouver une application des équations du second degré à un sujet familier à leurs élèves.

sur le compteur d'un lecteur de cassettes (donc une application à un appareil qui a disparu de l'horizon des élèves d'aujourd'hui !). Ce serait la seule réponse.

Bien des élèves seraient certainement étonnés de découvrir que même le prof ne sait pas à quoi sert l'équation du second degré. Bien des élèves et beaucoup de leurs professeurs seront non moins stupéfaits de savoir qu'on enseigne ces équations depuis 1800 avant notre ère sans pour autant connaître des applications auxquelles les élèves peuvent se référer – voire même, pendant les premiers deux millénaires et demi, sans en connaître aucune application du tout (c'est seulement vers 700 que les astronomes persans et arabes commencèrent peut-être à les utiliser dans les calculs trigonométriques).

Nous retournerons à la question : pourquoi a-t-on enseigné, et enseigne-t-on encore, les équations du second degré. D'abord nous allons pourtant voir comment se présentaient les premières équations du second degré, quelques équations du premier degré et une équation cubique, et examiner leurs solutions. Nous devons garder à l'esprit qu'en dépit de l'aspect apparemment pratique de certains des problèmes (qui parfois traitent de questions commerciales, de rampes de fortification, de mesures de champs), le contenu mathématique est toujours « pur », c'est-à-dire qu'il relève d'une mathématique qui n'a aucune application immédiate en dehors des mathématiques.

[...]

Malgré toutes ces observations, l'interprétation de ces textes faite dans les années 1930 apparaît comme une vraie prouesse, et reste une « première approximation » excellente. Les historiens qui en furent à l'origine n'avaient pas d'autre prétention. D'autres cependant, même les historiens des mathématiques, considérèrent qu'il s'agissait là de l'unique et véritable interprétation de « l'algèbre » babylonienne, tellement convaincants étaient les résultats des pionniers, et tellement effrayante la perspective de devoir lire les textes dans la langue originale babylonienne. Jusqu'aux années 1980, personne n'a remarqué que certains synonymes apparents représentaient des opérations distinctes.

[...]

Comme nous l'avons vu, l'interprétation arithmétique ne réussit pas à rendre compte des mots que les Babyloniens eux-mêmes employaient pour décrire leurs procédures. D'abord, elle confond des opérations qui pour les Babyloniens étaient distinctes ; ensuite, elle se base sur des calculs dont

l'ordre ne correspond pas toujours à celui des opérations babyloniennes. Strictement parlant, elle ne représente donc pas une interprétation mais plutôt un contrôle de la justesse des méthodes babyloniennes basé sur des techniques modernes.

Une interprétation véritable – une lecture de ce que pensaient et faisaient réellement les calculateurs babyloniens – doit tenir compte de deux choses : d'une part, des résultats obtenus lors de la « première approximation » effectués par les savants dans les années 1930 ; d'autre part, des niveaux des textes négligés dans le but de produire cette première approximation.

[...] nous allons analyser une suite de problèmes selon une traduction correspondant à une telle interprétation.

[...]

Une morale

Une morale ? Comment ? Qu'est-ce que la morale a à faire avec les mathématiques et leur histoire ?

D'abord, « une morale » – celle d'un conte – n'est pas la même chose que la morale. La morale d'un conte représente la réflexion qui s'offre après la lecture, « qu'est-ce qu'on peut y apprendre ? » pour le futur. En ce sens, non seulement les fables mais aussi les textes qui racontent l'histoire ont souvent pour but de suggérer une morale implicite – au moins depuis le temps où les scribes du roi Salomon racontèrent les événements des règnes de Saül et David.

En ce sens, même l'histoire des mathématiques, et les histoires des mathématiques, ont leurs morales. La première interprétation de l'algèbre babylonienne portait le message implicite que « eux », ils avaient les mêmes mathématiques que « nous ». Il leur manquait seulement ce symbolisme algébrique qui nous a permis les progrès ultérieurs ; et ils n'avaient pas encore « découvert » les nombres négatifs (ce qui, dans la littérature « de seconde main », se transformait en croyance qu'ils les avaient bien découverts). « Eux » n'avaient pas fait autant de progrès que « nous », mais ils étaient sur la même voie : la seule voie, la voie vers nous. Avec un corollaire à portée de main : le fait que notre voie est la seule voie, est la garantie que ce que nous faisons coïncide avec le progrès, et que tous les autres – les autres civilisations, et les élèves qui n'ont pas encore compris cette voie – doivent apprendre à la suivre. Un autre corollaire, peut-être pas à portée de main mais pas trop distante : ce qui vaut pour les mathématiques pourrait valoir pour d'autres aspects de la civilisation. « Nous » sommes le progrès concrétisé.

Ce message disparaît avec la nouvelle interprétation. Bien sûr, les mathématiques babyloniennes ressemblent souvent aux nôtres – probablement plus qu'aucune autre culture mathématique étrangère (nous avons appris trop et trop directement des Grecs et des Arabes pour parler de leurs mathématiques comme « étrangères »). Les différences, pourtant, sont grandes, en ce qui concerne les méthodes, les buts poursuivis, et le mode de pensée. Ce que nous pouvons apprendre de la nouvelle interprétation est donc que les mathématiques peuvent se penser de plusieurs façons, et qu'il faut toujours écouter l'autre (l'époque qu'étudie l'historien ; l'autre culture ; ou le partenaire de l'enseignant, l'élève) avant de nous fixer sur ce qu'il doit avoir pensé et ce qu'il doit penser. Si les mathématiques peuvent se penser de plusieurs façons, alors il n'y a aucune garantie que la nôtre soit vraiment la bonne. Mais en écoutant nous pourrions arriver à comprendre mieux notre propre pratique et mode de pensée, et à mieux estimer si notre voie est l'une des voies fructueuses – peut-être aussi à comprendre quels sont les fruits promis.

Le progrès qu'on trouve dans le développement des mathématiques n'est pas une autoroute à sens unique (chose jamais vue hors du monde des métaphores non plus !). Selon une image formulée en 1875 par l'historien des mathématiques Moritz Cantor, il est à comparer au paysage fluvial avec tant d'affluents – affluents qui, avec des sinuosités, des bifurcations et des réunifications, ont tendance à courir dans la même direction, vers le même océan. Si progrès il y a dans l'histoire des civilisations, il doit être comparable.