Traité d'al-Kindī sur la détermination des distances à l'aide des règles parallactiques

Traduction du texte préservé dans le manuscrit arabe

Leyde, Universiteitsbibliotheek, MS Or 199/4, folios 29b–36a

par François Charette[1]

Lettre de Yaᶜqūb ibn Isḥāq al-Kindī à Abū al-ᶜAbbās, fils d'al-Muᶜtaṣim bi-llāh, le commandeur des croyants, sur la détermination des distances à l'aide de l'instrument aux deux branches. Que Dieu prolonge ton existence, ô fils du meilleur des princes et du plus pieux des guides, et qu'il te permette d'atteindre les objectifs de la vérité en élucidant ses[3] méthodes. Qu'il abandonne tes ennemis et aide tes amis. Qu'il rende ta fortune victorieuse dans les contrées d'Islam et d'ailleurs, et qu'il multiplie les bienfaits sur ton destin.

J'ai bien compris ce que tu m'as demandé d'expliquer sur l'usage de l'instrument dit « aux deux branches », sur le fondement des lois qui le gouverne, sur l'exactitude de ce qu'en disent communément les livres des philosophes anciens, sur quoi les savants de toutes époques s'entendent, et en particulier sur le traitement qu'en fait le cinquième[4] livre de l'*Almageste*, à propos des «inclinaisons»[5] de la lune, des distances des astres les uns aux autres, la manière d'être de leurs corps, et la détermination par son auteur[6] de toutes ces choses à l'aide de cet instrument, et enfin sur ce qu'en disent les ouvrages de Māshāʾallāh[7] à la fin de la section « Commencement et retour » (*Badʾan wa-ʿawdan*) où est expliquée l'altitude maximale des mouvements de descente et de montée de chacune des planètes, qui sont le périgée et l'apogée.[8] Ce que tes contemporains ont trouvé à ce sujet dans leur ferveur à le mentionner (i.e., l'instrument) et leur prolixité à le décrire coïncide avec moi dans leur intention d'avertir quiconque rejette cette branche de la science …[9]

---

1 Courriel : fcharette@ankabut.net
2 http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.0/fr/
3 Les méthodes qui permettent d'atteindre la vérité.
4 « Sixième » dans le texte. Voir G. Toomer, *Ptolemy's Almagest,* 1984, p. 244–245.
5 C'est-à-dire les distances angulaire de l'astre visé au zénith.
6 C'est-à-dire Ptolémée.
7 Māshāʾallāh était un astrologue juif employé à la cour des califes abbasides. Plusieurs de ses ouvrages d'astrologie ont été traduit en Latin. Ici al-Kindī fait plutôt fait référence à des traités d'astronomie, aujourd'hui perdus.
8 Ces mots sont donnés en translittération grecque: *al-ifrījiyūn* (περιγεων, MS: *al-ifrinjiyūn*) et *al-afūjiyūn* (απωγεων, MS: *al-afinjiyūn*).
9 Le MS est corrompu ici, et le reste de ce passage est incompréhensible.

[**30a**] Louange à Dieu qui a institué en toi la cause de tout bien et le mérite de toute vertu. Nous allons laisser de côté ce qu'explique Ptolémée dans l'*Almageste* ce que mentionne Māshāʾallāh dans un autre passage de ses livres, à cause de leur discours trop exhaustif et de la longueur de leur présentation des lemmes requis et des démonstrations esquissées.

Notre intention dans ce traité est de faciliter sa compréhension, de simplifier son usage, d'alléger son utilisation et d'éviter au lecteur de recourir à l'étude des livres de géométrie et de devoir souffrir de la mémorisation laborieuse des règles géométriques et algébriques des Anciens.

Pour ce faire, nos objectifs premiers se limiteront à faciliter la progression vers son but ultime, et (à présenter)[10] les lemmes qui clarifient les chemins de sa compréhension. Pour répondre à ta requête d'expliquer l'instrument appelé aux deux branches, nous présentons des lemmes qui facilitent l'usage de l'instrument, et les causes nécessaires des mesures faites avec celui-ci. Nous débutons donc notre discours par la description des nombres proportionnels. Ensuite, nous poursuivons ceci par ce qui s'ensuit dans la discussion de la similitude des triangles et la proportionnalité de leurs côté, afin d'élucider la signification de ce que nous obtenons de la plus faible provision (?)[11] et de la plus simple preuve. Seul Dieu est cause de puissance et de force !

[Section préliminaire sur les proportions et les triangles semblables]

La proportionnalité correspond aux (rapports de magnitude) des quantités les unes aux autres. Deux nombres ne sont proportionnels que s'ils sont mis en rapport à un troisième. Trois nombres sont proportionnels lorsque le rapport de la magnitude du premier au troisième est comme celui de la magnitude du second au troisième. Et de même inversement. Pour chaque triplet[12] de nombres proportionnels, le produit du premier au troisième est égal au produit du deuxième avec lui-même. Exemple:[13] [**30b**]

Quatre six neuf.[14]

Pour chaque triplet de nombres proportionnels, si les termes marginaux sont connus et le terme médian est inconnu – par marginaux j'entends le premier et le troisième, et par médian j'entends le second – alors si je multiplie l'un des marginaux avec l'autre et que je prend la racine carrée du résultat, j'obtiendrai la valeur du terme médian. Et si le terme médian et un des deux termes marginaux sont connus, et qu'un des marginaux est inconnu, tu dois multiplier le médian par lui-même et tu divises le résultat par le terme marginal connu; le quotient qui en résultera sera le terme marginal inconnu.

Si on a quatre nombres proportionnels, il y a deux genres de rapports: les rapports continus et les rapports non continus. Pour les rapports continus, la magnitude du premier par rapport au second est comme la magnitude du second par rapport au troisième, et comme la magnitude du troisième par rapport au quatrième, comme avec les nombres inscrits ici:

Huit[15] douze dix-huit vingt-sept.[16]

---

[10] Les passages entre parenthèses sont des ajouts du traducteur servant à clarifier le texte.

[11] Le mot arabe est *mūna*, dont le sens dans cette phrase est plutôt obscur.

[12] Le microfilm est illisible à cet endroit.

[13] Littéralement: « ceci est son dessin ».

[14] $4: 6 = 6: 9$, et $4 \times 9 = 6^2$.

[15] Le nombre huit est écrit à deux reprises ثمنية dans le MS.

[16] $8: 12 = 12: 18 = 18: 27$.

Pour les rapports non continus, le rapport du premier au second est comme celui du troisième au quatrième. Exemple:

Trois six cinq dix

Pour tout quatuor de nombres dont les rapports sont continus ou non, si l'un des nombres marginaux et les deux nombres médians sont connus, et l'autre nombre marginal est inconnu, alors on multiplie l'un des nombres médians avec l'autre, et on divise le produit par le nombre marginal connu. Il en résulte le nombre marginal inconnu. Si un des deux nombres médians [**31a**] est inconnu et que tous les (autres) nombres sont connus, on multiplie l'un des nombres marginaux avec l'autre, puis on divise le produit par le nombre médian connu, et il en résultera le nombre médian inconnu.

Pour les nombres proportionnels dont les rapports sont continus, lorsqu'ils sont quatre et que deux d'entre eux sont connus et que les deux autres sont inconnus, il est possible de déterminer les deux inconnus à partir des connus. Plus précisément, si le premier et le second sont connus, et le troisième et le quatrième sont inconnus. On multiplie le second par lui-même, et on divise le produit par le premier. Il en résulte le troisième. Ensuite on multiplie le second par le troisième, et on divise le produit par le premier. Il en résulte le quatrième. Et si le premier et le troisième sont connus, et le second et le quatrième sont inconnus, on multiplie le premier par le troisième, et on prend la racine carrée du produit. Il en résulte le second. En multipliant le troisième par lui-même et en divisant le produit par le second, il en résulte le quatrième. La procédure est de même pour tous les nombres. Si le premier et le quatrième sont connus, tu multiplies le premier par lui-même, puis par le quatrième, et tu prends la racine cubique du produit. Il en résulte le second. Tu multiplies celui-ci par lui-même, et tu divises le produit par le premier. Il en résultera le troisième. Et si tu multiplies le quatrième par lui-même, puis par le premier, et tu prends la racine cubique du résultat, tu auras le troisième, à condition que les quatre nombres forment entre eux des rapports continus. En effet chacune des deux extrémités forme un cube. Dans le cas des triplets de nombres proportionnels, leurs extrémités forment deux « quadratures ».

Si on a quatre nombres de proportions non continues, avec deux nombres connus, il n'est pas possible de déterminer les deux nombres inconnus à partir des connus, sauf si le premier et le second sont connus, et que le troisième et le quatrième sont inconnus. Si le second est plus grand que le premier, on divise le second au premier, [**31b**] et le résultat est ajouté au premier. Ce qui résulte en unités et fractions du premier sont au quatrième autant d'unités et de fractions du troisième. Et si le premier est plus grand que le second, on divise le premier au second, et le quotient est la même chose au troisième en unités du quatrième.

Le renversement (*qalb*) d'un rapport est lorsqu'on assume le rapport du premier au troisième égal au rapport du deuxième au quatrième, également. Et inversement. Et la composition (*tarkīb*) d'un rapport est lorsqu'on assume que le rapport du premier à (la somme) du premier et du second est égal au rapport du troisième à (la somme) du troisième et du quatrième. Et de même pour l'inverse. L'altération (*tabdīl*) et la décomposition (*tafṣīl*) d'un rapport sont lorsqu'on assume que (le rapport de) ce qui reste du second après qu'on y ait soustrait le premier au premier est égal au rapport du quatrième moins le troisième au troisième. Et de même pour l'inverse (de la décomposition) et (pour l'inverse) de l'altération. Nous avons ainsi présenté ce que nous avions prévu concernant les nombres.

Nous passons maintenant aux triangles semblables, à la proportionnalité de leurs côtés, et à ce qui résulte de la mesure en termes de composition de rapports et de leur décomposition (*tafṣīl*), de façon descriptive et épistolaire, de manière à ce que cela nous donne l'évidence sur l'usage de l'instrument aux deux branches.

Pour tout triangle ayant deux côtés égaux, si un (autre) triangle est intersecté dans celui-ci par une droite parallèle à sa base, alors le triangle intersecté sera semblable au plus grand triangle. Le rapport de chaque côté du triangle intersecté au côté opposé correspondant du grand triangle est comme le rapport du second côté à son côté opposé, et comme le rapport de la base à la base (du grand triangle)[17].

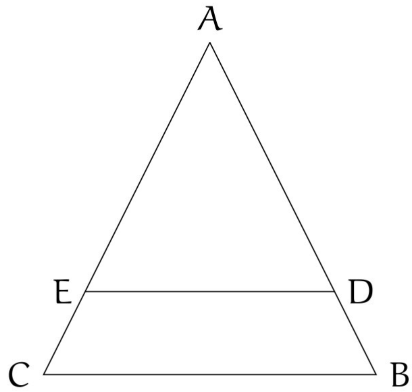


FIGURE 1

Exemple : Soit un triangle ABC [FIGURE 1] avec deux côtés égaux AB, AC, avec le triangle intérieur ADE, tel que la droite DE soit parallèle à BC. J'affirme que le triangle ADE est semblable au triangle ABC, et que le rapport de AE à AC est comme le rapport de AD à AB, et comme le rapport de la base DE à BC, qui est (l'autre) base.

[**32a**] Pour toute paire de triangles semblables dont les côtés sont égaux, le produit de l'un des côtés par sa base est égal au produit de l'autre côté à sa base[18]. Nous avons ainsi présenté ce que nous nous étions fixé.

[17] Cette proportion, dans la littérature savante ancienne, est démontrée de manière un peu plus générale dans la seconde proposition du livre VI des *Éléments* d'Euclide. L'appellation de 'théorème de Thalès', qui ne se rencontre qu'en France, est très récente (fin 19è siècle).

[18] Cet algorithme de calcul, comme précédemment, n'est pas une paraphrase de la proposition précédente, qui ne concerne en géométrie que des grandeurs (les côtés des triangles) mais les longueurs associées, et il se déduit de ce qu'al-Kindī a expliqué plus haut sur les proportions et les types de calculs qu'on peut en tirer.

[Description de l'instrument]

Passons maintenant à la description de la forme de l'instrument et de la façon de le prendre. Nous plaçons un compas et nous divisons la surface de l'une des «branches» , du milieu de son axe jusqu'à la fin de la branche, en soixante parties égales, ou bien en parties composées de soixante. On place sur les extrémités de chacune des branches des pointes fixes, qui empêchent au regard de se diffuser. Puis nous suspendons à l'extrémité d'une des branches un fil (à plomb) avec lequel on estimera l'ouverture des deux branches en fonction de la mesure. Imaginons maintenant une règle de même grandeur que l'une des branches, dont les unités commencent avec le clou du compas, (lequel est) en laiton doré ou en bois. Nous le divisons selon les divisions de la surface de la branche, ce qui est plus exact pour notre mesure, car nous n'avons pas besoin de la division de la branche ni de la suspension du fil. Ainsi est décrit l'instrument appelé règles parallactiques.

Passons à l'usage de cet instrument. Nous divisons (ce discours en) quatre parties, dont l'une est pour déterminer les distances des étoiles entre elles, la seconde pour déterminer la taille des choses observées, lorsque la distance entre l'observateur et la chose observée est connue. La troisième est pour déterminer la distance entre l'observateur et ce qui est observé, lorsque (la taille de) l'objet observé est connue. La quatrième est pour déterminer la (taille de la) chose observée, et la distance entre l'observateur et ce qui est observé, [**32b**] lorsque les deux sont inconnus.

Concernant la détermination de la distance des étoiles entre elles, nous devons ouvrir l'instrument jusqu'à ce que les pinnules[19] à l'intérieur des deux branches soient alignées avec les centres des deux étoiles entre lesquelles nous voulons mesurer la distance en degrés. Puis avec la règle divisée nous mesurons l'ouverture des deux branches, que nous gardons en mémoire. Trouve la corde correspondant à l'arc reliant les deux étoiles à l'aide de la table des cordes et des arcs. Il en résultera la distance entre les deux étoiles en degrés et minutes.

Si tu veux savoir la distance inconnue, et que (la taille de) l'objet observé est connu, ouvre le compas jusqu'à ce que les pinnules intérieures soient alignées avec les extrémités de l'objet observé. On observe ensuite quelle est l'ouverture du compas à l'aide de la règle graduée, et on garde cela en mémoire. On multiplie la magnitude (i.e., le diamètre) de l'objet observé par soixante, et on divise le résultat par l'ouverture du compas. Le quotient qui en résulte sera la distance entre l'observateur et l'objet observé, en termes de la quantité que tu désires en coudées (*adhraʿ*), brasses (*abwāʿ*), empans (*ashbār*) ou autre.

Commentaire: nous voulons connaître la distance inconnue entre nous et l'objet sur lequel se dirige notre regard par l'ouverture des branches. Nous le mesurons à l'aide du fil ou de la règle, d'après l'exemple préalable. Nous le divisons[20] selon toutes les graduations des deux branches. Il en résulte autant de multiples de l'objet sur lequel nous avons divisé les branches. Si (la magnitude de) l'objet est connu en coudées et empans, nous le multiplions par ce nombre de multiples, et il en résultera la distance inconnue.

Exemple: Nous avons mesuré un objet observé à l'aide des deux branches, et l'ouverture de celles-ci est de douze. Nous divisons toutes les divisions des deux branches – qui sont de soixante (unités) – par douze, [**33a**] et il en résulte cinq. Je dis que la distance inconnue est de cinq unités de l'objet observé, sur lequel nous l'avons divisé, celui-ci étant de trois coudées. Nous multiplions trois par cinq, et nous obtenons quinze. Nous affirmons que la distance est de quinze coudées.

[19] Les « pinnules » sont de petites plaques percés d'un trou, pour permettre les visées. On les voit très bien sur la FIGURE 1.

[20] Il s'agit ici d'une division *imaginaire* de l'objet en fonction des graduations de l'instrument.

Alternativement[21], nous multiplions les divisions des deux branches, soixante, par le nombre de coudées, trois. Il en résulte cent quatre-vingt. On le divise par douze, comme on a divisé auparavant, et il en résulte quinze: la distance est de quinze coudées.

Si la distance est connue, et (la magnitude de) l'objet observé est inconnu, et que l'on veut connaître celle-ci, on multiplie les unités de l'ouverture des deux branches par la distance, et on divise le résultat par toutes les divisions des deux branches (i.e., 60). Le quotient sera (la magnitude de) l'objet observé, qui est inconnue.

Démonstration de cela: nous prouvons la manière connaître une distance inconnue à l'aide de l'instrument dit « aux deux branches » . Nous supposons que la distance maximale soit la ligne AB et que l'instrument soit le triangle CDE [Figure 2]. Nous séparons (les branches de) l'instrument jusqu'à ce que le point A soit aligné avec le point D et le point B avec le point E. Puis nous faisons l'instrument et la ligne AB comme le triangle ordonné. Lorsque le rapport de CD à tout CA est comme le rapport de DE à AB ; alors inversement le rapport de CD à DE sera comme le rapport de tout CA à AB. On divise CD par la ligne DE, laquelle est aussi connue, puisqu'elle est mesurée sur les graduations de la ligne CD. Ce qui résulte de la division inversée est la distance entre C et A, laquelle est égale à ce qu'on obtient de la division multipliée par la ligne AB.[22] Lorsque la ligne AB est connue en coudées, empans ou brasses, alors la distance CA est connue. Et si la ligne AB est inconnue, alors nous affirmons que [**33b**] ce qui résulte de la division est en terme d'unités de la ligne AB, entre les

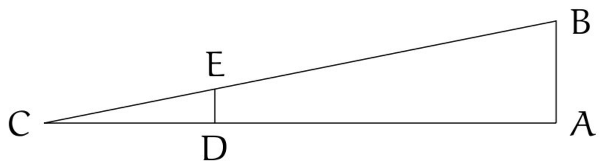


Figure 2 (pas dans le texte original)

points C et A. C'est ce que nous voulions démontrer.

Nous voulons connaître la (distance) de l'objet observé dont la taille est connue. Pour cela, ouvre le compas de façon à ce que ses deux pinnules intérieures soient alignées avec les extrémités de l'objet observé. Puis observe l'ouverture du compas à l'aide de la règle graduée. Multiplie le diamètre connue par l'ouverture du compas, et divise ce produit par soixante. Le résultat sera la taille de l'objet observé en brasses, coudées ou quelconque unité de ton choix.

Commentaire et démonstration de cela: nous voulons connaître la largeur d'un mur ou bien son hauteur à partir d'une distance donnée, c'est-à-dire lorsque la distance est d'une quantité connue. Nous supposons que le mur est (le segment) AB et l'instrument est comme le triangle CDE [Figure 3 à gauche]. Puis nous ouvrons (*nufarriju*) l'instrument jusqu'à ce que les points A et B soient vis-à-vis les points C et E. Nous notons ce qui est sur la ligne DE en termes des divisions de CD, et nous le multiplions par la quantité de la distance connue. Nous divisons le résultat par l'ensemble des unités de CD. Le quotient qui en résulte sera la ligne AB. Si AB correspond à la largeur du mur ou à sa hauteur, alors celle-ci sera connue. C'est ce que nous voulions démontrer.

21 Littéralement « sinon ». L'auteur calcule d'abord (60/12)×3, puis donne ensuite le calcul équivalent (60×3)/12.

22 CA = (CD/DE · AB).

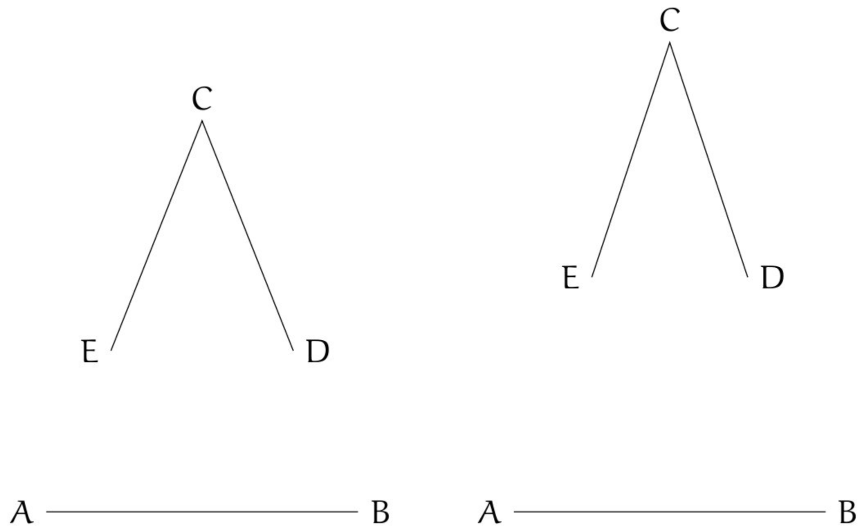


Figure 3

Maintenant nous voulons déterminer (la distance) d'un objet observé lorsque à la fois celle-ci et sa taille soient inconnues. Pour cela nous ouvrons le compas à partir d'un lieu fixe (*maḥdūd*) jusqu'à ce que les pinnules intérieures du compas soient alignées avec les extrémités de l'objet observé. Puis nous observons son ouverture à l'aide de la règle et nous la gardons en mémoire. Ensuite nous nous éloignons du point fixe (de l'observation) d'une distance connue [voir Figure 3 à droite]. Nous ouvrons le compas et nous répétons la procédure précédente. Nous observons la seconde ouverture du compas, qui est nécessairement plus petite que la première. Nous soustrayons la seconde ouverture de la première. Le résultat sera la « quantité par laquelle diviser » (*al-juzʾ al-maqsūm ʿalayhi*): garde la en mémoire et mets la de côté. Puis multiplie l'éloignement connu par la seconde ouverture, et divise le résultat par la quantité (que tu as mise de côté). Ce qui en résulte sera la distance entre la première[23] observation et l'objet observé. Une fois que tu connais cette distance, tu peux procéder avec elle comme je te l'ai expliqué dans le second problème.[24]

Exemple: supposons que nous observons un objet planté verticalement à partir d'un point connu, que nous mesurons l'ouverture du compas et que nous la trouvons de dix-huit (unités), que nous gardons en mémoire. Puis nous nous éloignons de ce lieu de quinze (unités). Nous observons une seconde fois l'ouverture du compas que nous trouvons de dix (unités) et quatre cinquièmes. Nous soustrayons la seconde ouverture de la première, c'est-à-dire nous soustrayons dix et quatre cinquièmes de douze, ce qui donne sept et un cinquième. Nous gardons cela, la « quantité par laquelle diviser », en mémoire. Si nous voulons la distance avant de lui ajouter quinze, nous multiplions l'éloignement, qui est de quinze, par la seconde ouverture, qui est de dix et quatre cinquièmes, et nous obtenons cent soixante deux. Nous divisons cela par la quantité gardée en mémoire, qui est de sept et un cinquième. Il en résulte vingt-deux et demi, qui est la distance inconnue du lieu de la première observation à l'objet observé. Si nous voulons connaître la distance totale, c'est-à-dire la distance inconnue avec l'addition que nous avons faite, nous devons multiplier l'éloignement, qui est de quinze, par les unités de la première ouverture, qui est de dix-huit. Il en résulte deux-cent soixante-dix. Nous divisons cela par la quantité qui est de sept et un cinquième. Il en résulte trente-sept [**34b**] et demi. Ceci est la distance entre la seconde station et l'objet observé. Puisque tu connais cette

23 Il faut en fait lire «seconde» ici.
24 Voir Annexe A.

distance, tu peux opérer avec elle comme tu as fait pour le problème précédent. Donc nous avons démontré ce que nous pouvons établir par le moyen de l'instrument aux deux branches.

Nous démontrons maintenant comment trouver les distances inconnues sans aucun instrument, par la mesure visuelle directe du plus haut point qui soit nécessaire pour connaître la distance entre nous et un objet planté verticalement.

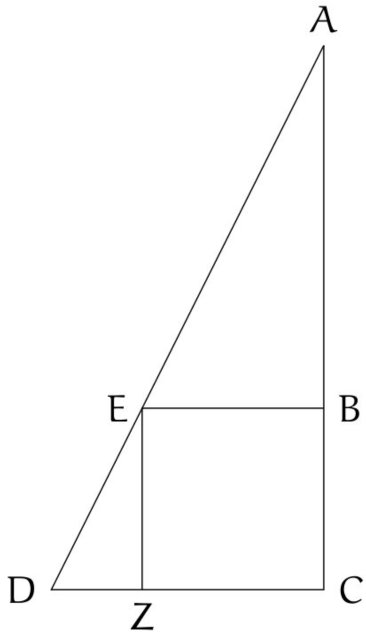


FIGURE 4

Nous supposons que l'altitude maximale soit le point A, et que la base de l'objet vertical soit B (Figure 4). Nous voulons connaître la distance entre les deux points A et B. Nous nous plaçons au point B et nous dirigeons notre regard vers le point A. Ensuite nous nous éloignons du point B d'une distance verticale connue, à savoir BC, que nous supposons de vingt coudées. Puis nous nous déplaçons par rapport au point C, vers la droite ou la gauche d'une distance également connue, (de manière à former) un angle droit. Supposons que cette « inclinaison » soit vers la gauche, à savoir le segment DC, que l'on suppose de quinze coudées. Puis nous nous plaçons au point C et nous dirigeons notre regard vers A. Puis nous nous approchons de la verticale des deux côtés, vers le point A, jusqu'à ce que nous soyons vis-à-vis le point C. Supposons que le point d'inclinaison soit le point E. Nous mesurons la distance entre celui-ci et B, disons dix (coudées). Puis nous le soustrayons de la ligne DC – quinze – et il reste cinq, que nous gardons en mémoire. Cette partie est graduée. Ensuite nous multiplions EB – dix – par la ligne BC – vingt – et nous divisons le résultat – deux cent – par DZ – cinq. Il en résulte quarante. Nous affirmons donc que la distance AB est de quarante (coudées). *Preuve de cela*: lorsque nous avons déterminé une ligne du point D au point A, du point A au point C, et du point C au point D, nous avons formé un triangle rectangle. Le point E se trouve sur la ligne DA. Nous tirons la ligne EB, et du point E nous traçons une verticale jusqu'à CD, soit la ligne EZ. Le triangle DEZ est un triangle rectangle semblable au grand triangle. Le rapport de DZ à DC est égal au rapport de EZ à CA. Si nous supposons que le rapport de DZ à ZC est égal au rapport de EZ à BA, alors DZ, ZC et EZ seront connus, et la quatrième quantité BA est inconnue. Ce sont quatre nombres proportionnels continus. Les deux nombres médians et un des deux nombres marginaux sont continus, alors que l'autre nombre marginal est inconnu. Nous multiplions le second, ZC, par le troisième, EB, et nous divisons le résultat par le premier, DZ. Il en résulte le quatrième, BA, lequel était inconnu. C'est ce que nous voulions démontrer.

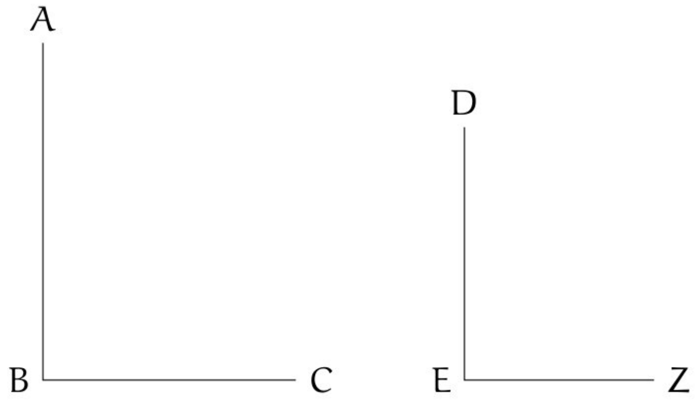
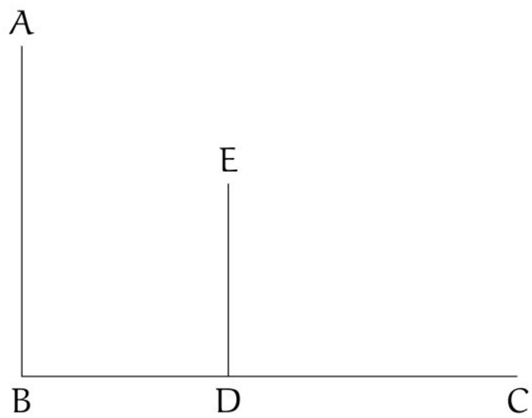


FIGURE 5

Nous voulons maintenant montrer comment déterminer un gnomon planté à la verticale, en mesurant l'ombre. Supposons que le gnomon soit la ligne AB, et que nous mesurions son ombre, représentée par la ligne BC (FIGURE 5). Gardons sa quantité en mémoire. Ensuite, nous plaçons un (autre) gnomon de dimension connue au même instant, soit la ligne DE, et nous mesurons son ombre, soit ZE. Nous affirmons que le rapport de l'ombre ZE au gnomon DE – la magnitude de chacun des deux étant connue – est égale au rapport de l'ombre BC – dont la magnitude est aussi connue – au gnomon AB (de taille) inconnue. Nous multiplions (la hauteur du) gnomon DE (de taille) connue par l'ombre BC, et nous divisons le résultat par l'ombre EZ, qui est connue. Il en résultera (la hauteur du) gnomon AB, qui était inconnue. C'est ce que nous voulions démontrer. Cette procédure est applicable en autant qu'il y ait de l'ombre. Lors de jours sombres, ou bien si le gnomon de hauteur inconnu se trouve en un lieu inaccessible aux rayons du soleil, alors la procédure est la suivante.

FIGURE 6



On suppose le gnomon de hauteur inconnue comme étant AB (FIGURE 6). Puis on s'arrête en un endroit quelconque. Notre regard porte de cet endroit au point le plus au du gnomon, c'est-à-dire A, et on assume que le regard en cet endroit soit toujours égal, sans porter plus haut ni plus bas; et soit

C cet endroit. Puis on relie le point C au point B d'une distance connue, perpendiculaire (au gnomon). On place ensuite un gnomon de hauteur connue entre l'endroit (où nous sommes) et le gnomon inconnu, à l'endroit où porte notre regard vers le sommet A, soit le gnomon DE. On mesure la distance entre C et D et on la garde en mémoire. On mesure aussi la distance entre le point B – qui est la base du gnomon inconnu – et le point C. Alors le rapport de CD à DE sera égal au rapport de tout CB à BA. On multiplie le deuxième (terme) DE au troisième CB, et on divise le produit par le premier (terme) CD. Le résultat sera le quatrième (terme), AB, qui était inconnu. Voilà ce que nous voulions démontrer.

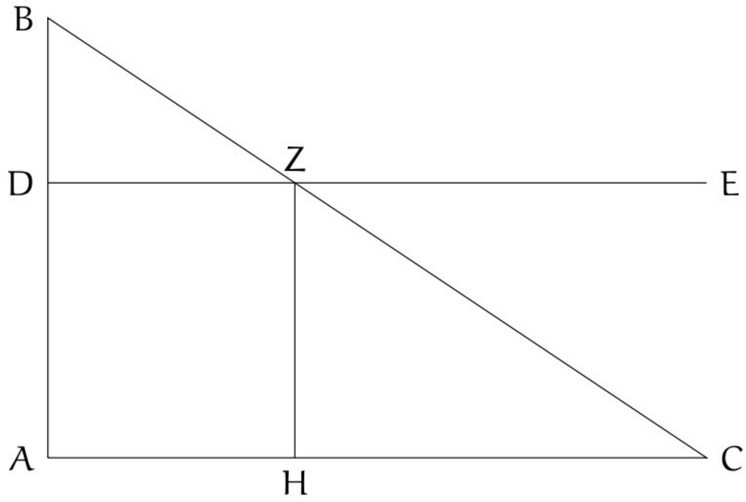


Figure 7

Nous voulons montrer comment déterminer la profondeur d'un objet de taille inconnue. Nous assumons que la profondeur est la ligne AB (Figure 7). Du point A nous traçons une ligne perpendiculaire au côté du mur allant vers sa droite ou sa gauche, à savoir la ligne AC. Nous prenons de la profondeur AB un segment de grandeur connue, soit AD, et à partir de D nous traçons une ligne parallèle à AC et de même longueur. Nous portons ensuite notre regard du point C au point B, [**36a**] lequel est un point de la profondeur, et notre regard traverse ainsi la ligne DE au point Z. Nous traçons la ligne HZ parallèle à la ligne AB. Puisque ZH est parallèle à AB et que l'angle C est commun aux deux triangles CZH et CAB, le rapport de CH à tout CA sera égal au rapport de ZH à AB, lequel représente la profondeur (de l'objet). Les lignes CH, HZ et CA sont connues. Si nous multiplions le troisième (terme) HZ par tout CA, qui est le second, et que nous divisons le produit par le premier CH, nous trouverons comme résultat la ligne AB, qui est la profondeur inconnue. C'est ce que nous voulions démontrer.

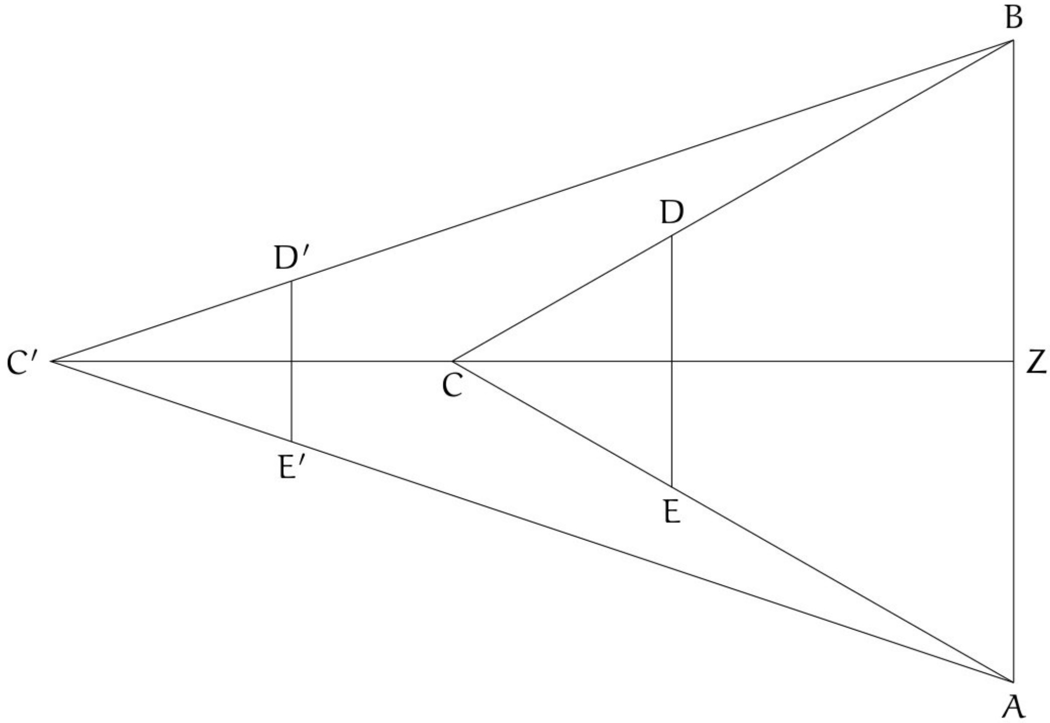
Le traité est terminé. Louange à Dieu et bénédiction à Mohammed et toute sa famille. Le mois de Ramadan de l'an six cent huit.

Annexe A

La procédure approximative pour déterminer la distance d'un objet éloigné dont la taille est inconnue équivaut à ceci:

$$C'Z = CC' \times DE / (DE - D'E')$$

où l'objet à mesurer est représenté par AB, et les deux stations où est faite la mesure sont aux points C et C′. L'instrument est représenté par les triangles CDE et C′D′E′.



Exemple numérique:

$CD = C'D' = 60$
$DE = 18$
$CC' = 15$
$D'E' = 10\ \tfrac{4}{5}$

Il en résulte que $C'Z \approx 15 \times 18 / (18 - 10\ \tfrac{4}{5}) = 37\ \tfrac{1}{2}$

Or, le lecteur pourra aisément vérifier que la valeur exacte est plutôt donnée par ceci:

$$C'Z = CC' \tan\alpha / (\tan\alpha - \tan\beta)$$

où α et β sont les angles mesurés aux points C et C′, respectivement, i.e. $\measuredangle$ ZCB et $\measuredangle$ ZC′B. Cela donne une distance de 37.09. L'approximation suggérée par al-Kindī est donc très bonne, à condition toutefois que les deux angles mesurés soient assez petits.